

計算物理WS 第一回

計算機(コンピュータ)を使う意味

- 電子メールなどコミュニケーションの手段
- WWWで情報を集める
- レポート、論文をきれいに書く
- きれいな図表、グラフを書く
- 手計算では複雑でできないような問題の答えを求める。
- 大規模な計算を行わせる(計算物理学)

レポート・論文を書く (Word, LaTeX)

THE ASTROPHYSICAL JOURNAL, 915:107 (15pp), 2021 July 10

© 2021. The American Astronomical Society. All rights reserved.

<https://doi.org/10.3847/1538-4357/ac01c7>



Amplification of Turbulence in Contracting Prestellar Cores in Primordial Minihalos

Sho Higashi¹ , Hajime Susa¹ , and Gen Chiaki^{2,3}

¹ Department of Physics, Konan University, Okamoto, Kobe, Japan; shigashi.phy@gmail.com

² Center for Relativistic Astrophysics, School of Physics, Georgia Institute of Technology, Atlanta, GA, USA

³ Astronomical Institute, Tohoku University, Aoba, Sendai, Japan

Received 2020 October 12; revised 2021 May 12; accepted 2021 May 14; published 2021 July 14

Abstract

We investigate the amplification of turbulence through gravitational contraction of the primordial gas in minihalos. We perform numerical simulations to follow the cloud collapse, assuming polytropic equations of state for different initial turbulent Mach numbers and resolutions. We find that the turbulent velocity is amplified solely by gravitational contraction, and eventually becomes comparable to the sound speed, even for small initial turbulent Mach numbers ($\mathcal{M}_0 \gtrsim 0.05$). We derive an analytic formula for the amplification of turbulent velocity in a collapsing cloud, and find that our numerical results are consistent with the formula. These results suggest that the turbulence can play an important role in collapsing clouds for general cases.

Unified Astronomy Thesaurus concepts: [Population III stars \(1285\)](#); [Early universe \(435\)](#); [Hydrodynamics \(1963\)](#); [Collapsing clouds \(267\)](#)

1. Introduction

Cosmological simulations based on the Λ CDM model predict that minihalos with $M \sim 10^6 M_\odot$ host the first generation of stars in the universe at redshifts $z \gtrsim 10$ (Haiman et al. 1996; Tegmark et al. 1997; Nishi & Susa 1999; Fuller & Couchman 2000; Abel et al. 2002; Bromm et al. 2002; Yoshida et al. 2003). It has been believed that the first stars are largely massive ($\sim 10\text{--}1000 M_\odot$) due to inefficient cooling in the

negligible effects on the dense cores. Thus, the turbulence should be amplified by another driving source than the anisotropic gas accretion flow.

Robertson & Goldreich (2012), Birnboim et al. (2018), and Mandal et al. (2020) showed that the turbulent velocity could be amplified by the contraction of isothermal gas clouds. This can be explained in the analogy of the *inversely* expanding (i.e., contracting) universe. In contrast to the cosmological perturbation theory, where the amplitude of velocity fluctuations decays

きれいな図表・グラフを描く

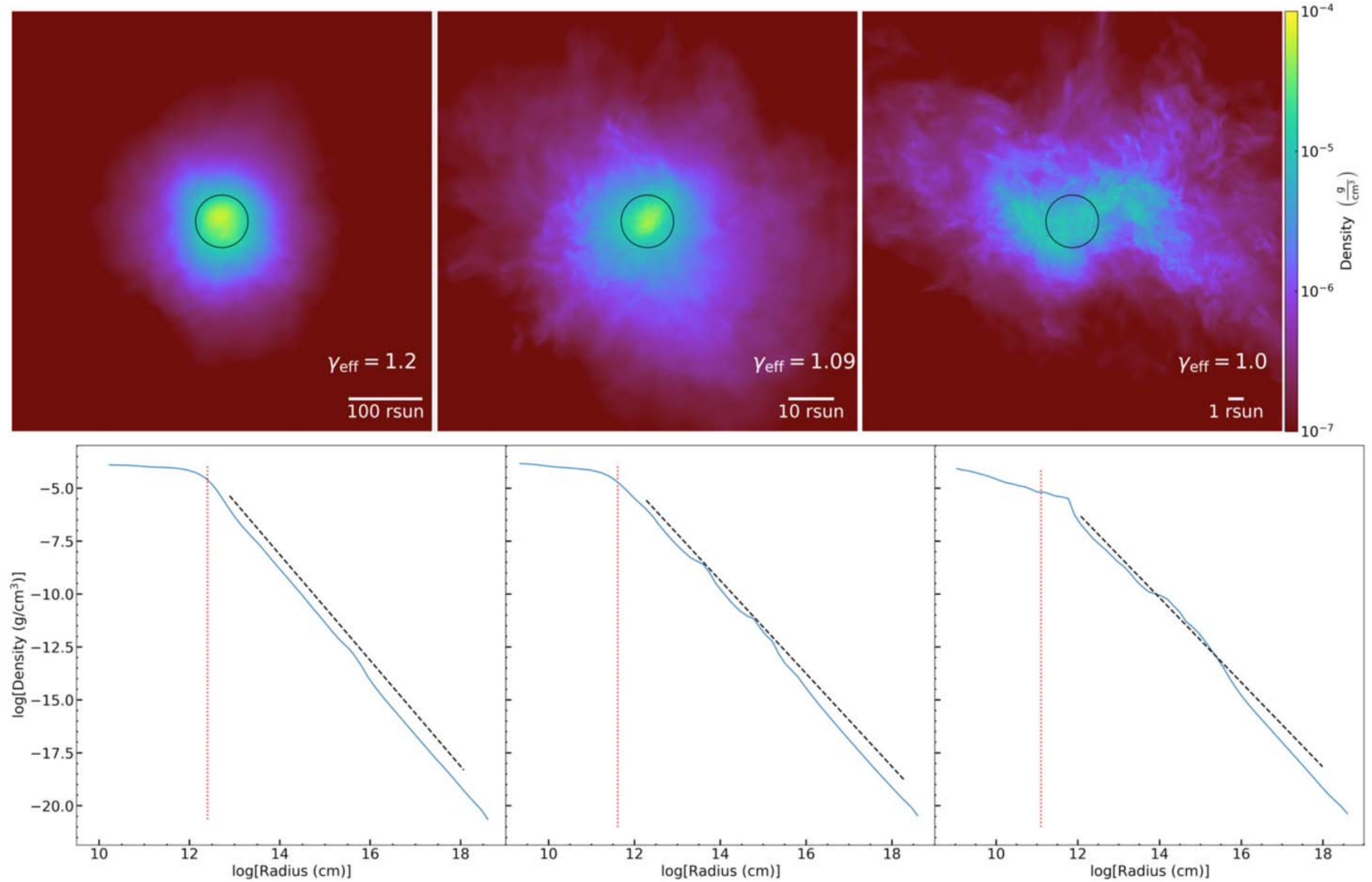
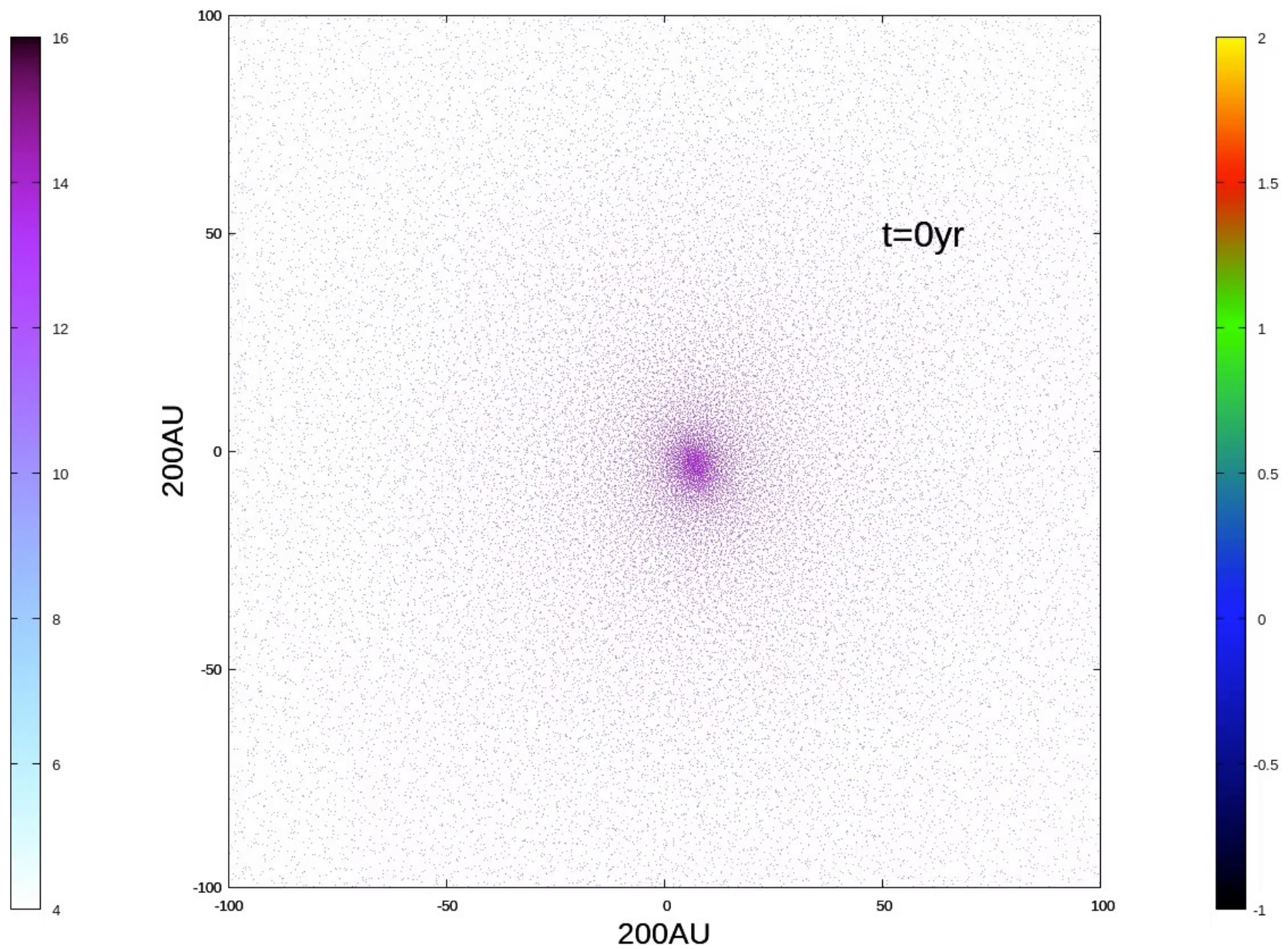


Figure 2. Density-weighted density projection plots (upper panel) and radially averaged profiles of the density (lower panel) for the model with $\mathcal{M}_0 = 0.1$ when the peak density reaches $10^{-4} \text{ g cm}^{-3}$. In the upper panel, the side length of each plot is set to $8L_J$ and the black circles have a radius of $L_J/2$. The red dotted lines in the lower panel indicate $L_J/2$. The black dashed lines in the lower panel denote $\propto r^{-2/(2-\gamma_{\text{eff}})}$, where r is the radius from the center of the gas clouds.

Movieを作る



手計算でできない計算を行う

手計算でできない計算とは？

例 $x - e^{-x} = 0$ を解く

上記の方程式は解をもつが、手では解けない。



Newton法

$f(x) = x - e^{-x}$ として $f(x) = 0$ を解く。

1. まず試しの値 $x = x_0$ を適当に決める
2. 次に $x_1 = x_0 - f(x_0)/f'(x_0)$ で x_1 を求める。
3. 以下 $x_{n+1} = x_n - f(x_n)/f'(x_n)$ の漸化式を答えが変わらなくなるまで繰り返す。

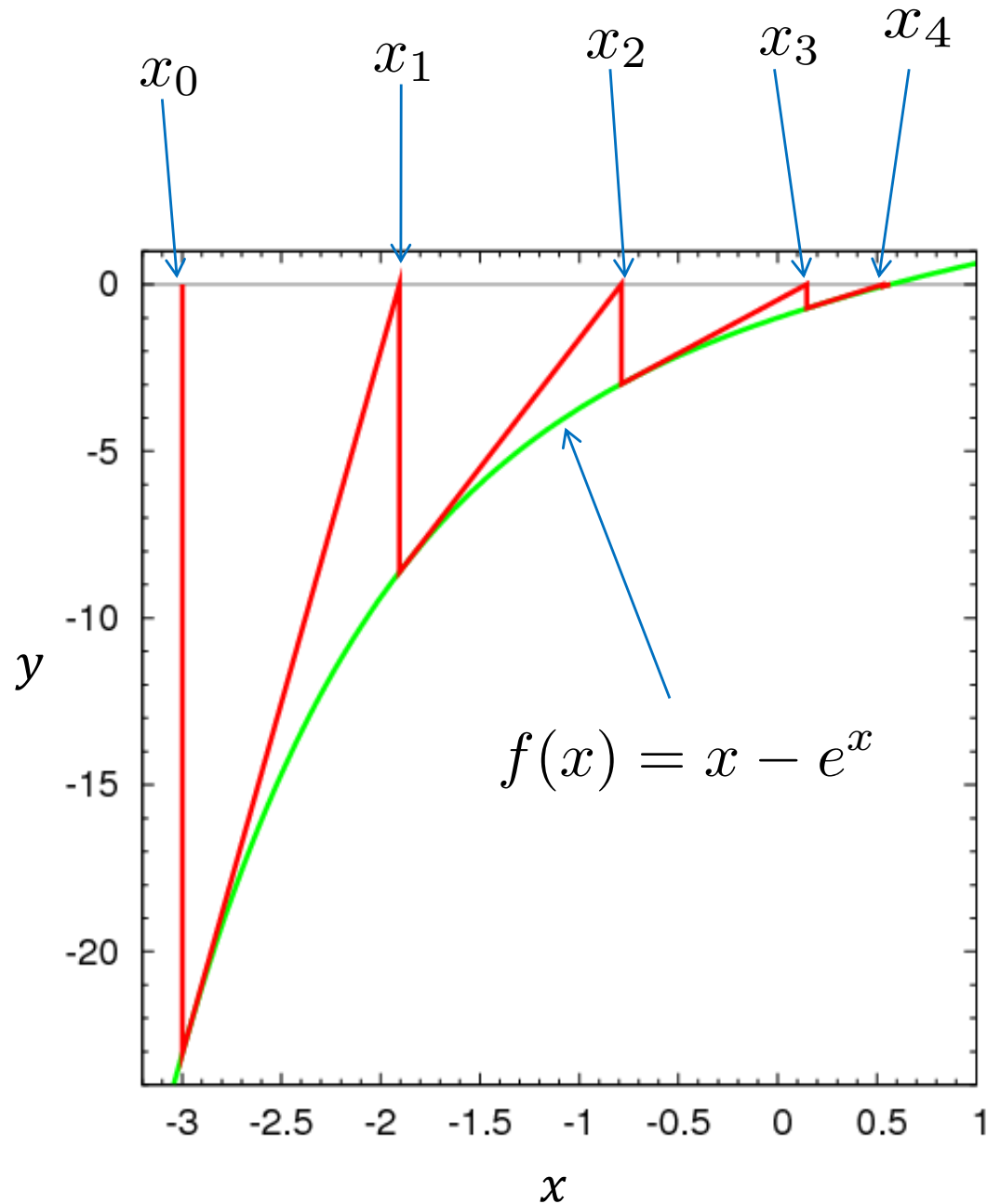
Hint

$$f(x_0 + \Delta x) \approx f(x_0) + f'(x_0)\Delta x = 0$$



$$\Delta x \approx -f(x_0) / f'(x_0)$$

Newton 法図解



接線の方程式:

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$

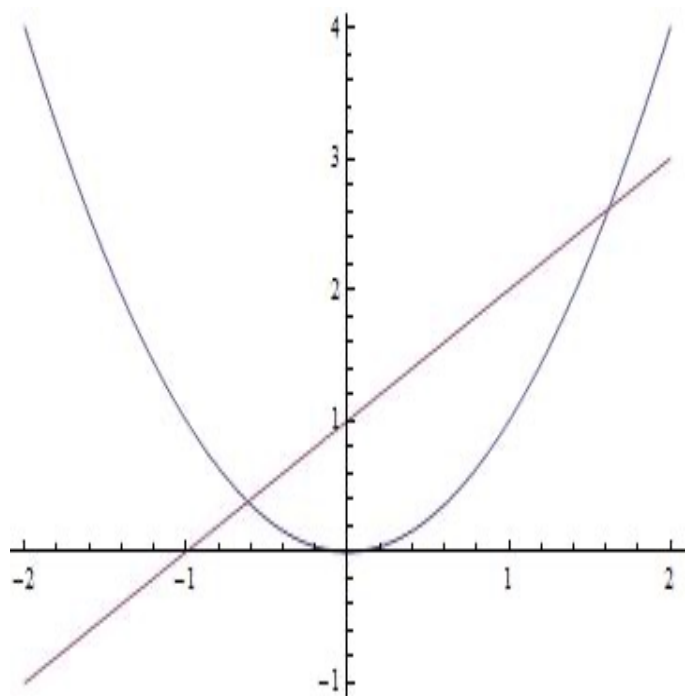
この接線の $y = 0$ となる
 x が x_1 とすると

$$x_1 = x_0 - f(x_0)/f'(x_0)$$

手でNewton法をやってみよう。

$$f(x) = x^2 - x - 1 = 0$$

解は $(1 \pm \sqrt{5}) / 2$ とわかっているが、あえてやってみる。



$$1. x_0 = 1$$

$$2. x_0 = -1$$

としてそれぞれやってみる。繰り返し
処理を数回やって収束の具合をみる。

$$\frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} = 1.61803..., -0.618034...$$

コンピュータプログラム(C言語)

```
/*-----*/  
/*  Newton法          */  
/*-----*/
```

```
#include<stdio.h>  
#include <stdlib.h>  
#include<math.h>
```

```
int main(void)
```

```
{  
    double x,f,ff;
```

3つの変数を倍精度実数として定義

```
    x=-3.; f=x-exp(-x);
```

xの初期値(x_0)を-3に設定

```
    while( fabs(f) > 1e-6 ){
```

```
        f = x - exp(-x);
```

```
        ff = 1. + exp(-x);
```

```
        x=x-f/ff;
```

```
        printf("%e %e %e \n", (float)x, (float)f, (float)ff);
```

fの値が十分小さいかを判定

fの値を計算

fの微分の値を計算

新しいxの値を計算

画面に書き出し

繰り返し処理

```
    }
```

```
}
```

Google Claboratory

- 数値計算やその結果の図示には
Google Claboratory (無料使用可)
を用いる。
- まずは各自 google のアカウントを作成
- ブラウザから直接 Python のコードを記述・
実行できる colab シートを MyKonan から配
布する。

微分方程式を解く

運動方程式をオイラー法で解く

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = F$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{F}{m}$$



$$v(t_{n+1}) = v(t_n) + \frac{F(t_n)}{m} \Delta t$$

$$\frac{dx}{dt} = v$$



$$x(t_{n+1}) = x(t_n) + v(t_n) \Delta t$$

プログラム

```
/*-----*/  
/* オイラー法で斜方投射を解く */  
/*-----*/
```

```
#include<stdio.h>  
#include <stdlib.h>  
#include<math.h>
```

```
#define g 9.8 /* 重力加速度 */  
#define pi 3.141592 /*  $\pi$  */
```

```
int main(void)
```

```
{
```

```
    int i,num;
```

```
    double x,y,vx,vy,dt,t;
```

```
    double v0,theta; /* 初速と角度 */
```

```
    FILE *output_file;
```

```
    output_file=fopen("output.dat","w")
```

```
/* ----- 初期条件 ----- */
```

```
x=0.; y=1.7; t=0.;
```

```
theta = 60./180.*pi;
```

```
v0 = 100.* 1e3 / 3600. /* 100km/h */;
```

```
vx = v0 * cos(theta); vy = v0 * sin(theta);
```

```
dt=1e-3; /* 時間ステップ */
```

```
/* ----- 初期条件終わり ----- */
```

```
/* ----- 時間積分 ----- */
```

```
while(y > 0.){
```

```
    x=x+vx*dt; y=y+vy*dt;
```

```
    vy=vy-g*dt; /* vy は自由落下、vxは一定 */
```

```
    t=t+dt;
```

```
/* ----- 出力ルーチン -----*/
```

```
    fprintf(output_file,"%f %f %f %f %f
```

```
¥n",(float)t,(float)x,(float)y,(float)vx,(float)vy);
```

```
    }
```

```
}
```

初回課題

締切：次回講義開始まで(厳守)

MyKonanの初回課題から提出

Newton法で以下の解を調べる。

$$f(x) = x^5 + 3x - 1$$

- プログラム要提出
- 他の関数もやってみる
- レポート本体は途中経過や考察なども書き、プログラムは付録として最後に添付すると良い